МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 534:531.43 DOI 10.12737/19697

Исследование с помощью компьютерного моделирования влияния параметров кинетической характеристики трения на износ колес и рельсов*

Л. И. Евельсон 1 , Е. А. Памфилов 2 , А. Г. Цыганков 3 , Л. И. Ширяева 4**

 $^{1, \, 2, \, 3, \, 4}$ Брянский государственный инженерно-технологический университет, г. Брянск, Российская Федерация

Study of kinetic performance effect on wheel and rail wear using computer simulation***

L. I. Evelson¹, E. A. Pamfilov², A. G. Tsygankov³, L. I. Shiryaeva^{4**}

^{1,2,3,4} Bryansk State Technological Engineering University, Bryansk, Russian Federation

Объектом исследования является система «колесо — рельс». Предмет — компьютерное моделирование изнашивания элементов системы. Цель настоящей работы — изучение зависимости износа колес и рельсов от параметров кинетической характеристики трения. Задачи работы: проанализировать предлагавшиеся ранее математические функции, описывающие кинетическую характеристику трения, на наличие экстремумов, поведение (рост, убывание, монотонность, унимодальность и т. п.) в различных диапазонах изменения параметров; осуществить компьютерное моделирование движения колесной пары по рельсовому пути с вычислением количественных оценок износа колес и рельсов при разных параметрах кинетической характеристики трения; установить качественные закономерности влияния задаваемых при компьютерном моделировании параметров кинетической характеристики на износ. При моделировании использовался программный комплекс «Универсальный механизм». В результате получены значения различных характеристик, связанных с износом (мощность, суммарная и удельная работа силы трения), при разных сочетаниях параметров кинетической характеристики трения. Результаты работы позволяют сделать следующие выводы: при компьютерном моделировании движения железнодорожных экипажей необходимо учитывать параметры кинетической характеристики трения, так как в диапазонах значений, соответствующих реальным условиям, они могут существенно влиять на износ; при некоторых сочетаниях значений вышеупомянутых параметров наблюдаются ситуации, когда увеличение коэффициента трения сопровождается снижением износа. Предлагается продолжить исследование в двух основных направлениях: установление закономерностей влияния на кинетическую характеристику трения и износ многообразных реальных факторов и изучение по той же методике влияния на износ параметров динамической (при переменной скорости) характеристики трения.

The study object is a "wheel — rail" system. The subject is the computer simulation of the system elements wear. The work objective is to investigate the wheel and rail wear dependence on the kinetic performance parameters. The problems solved here are analysis of the earlier proposed mathematical functions describing the kinetic performance for the presence of extremes, the functional behavior (growth, decrease, monotonicity, and unimodality, etc.) in various parameter ranges; implementation of the computer simulation of the wheelpair movement by rail with the quantitative estimation of the wheel and rail wear with various kinetic performance parameters; to determine qualitative influence patterns of the kinetic wear performance. The simulation is fulfilled by the software package "Universal Mechanism". As a result, values of various characteristics related to wear (power, total and specific friction work) under different conditions of the kinetic friction performance are obtained. The conclusions are as follows. The kinetic friction performance parameters must be considered as they can significantly affect the wear within the range of the actual operating conditions in the course of the computer simulation. Under some conditions, there are cases when an increase in the friction coefficient is accompanied by a decrease in depreciation. It is proposed to continue the research in two main areas: determining the influence patterns on the kinetic friction performance and wear of the multiple actual factors, and studying the dynamic (at variable slip velocity) feature of friction effect on the parameter wear through the same procedure.

Ключевые слова: трение, износ, кинетическая характеристика, скорость скольжения, коэффициент трения, удельная работа, колесо, рельс, компьютерное моделирование, факторы.

Keywords: friction, wear, kinetic characteristic, slip velocity, friction coefficient, specific work, wheel, rail, computer simulation, factors.

Введение. Износ колес и рельсов представляет собой очень важную и актуальную проблему, от которой во многом зависит эффективность работы железнодорожного транспорта. Ежегодные потери в масштабе железных дорог

^{*} Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

^{**}E-mail: levelmoscow@mail.ru, pamfilov@bgita.ru, 79529698301@yandex.ru, Golf3_007@mail.ru

^{***}The research is done within the frame of the independent R&D.

России исчисляются миллиардами рублей [1]. Основным практическим методом борьбы с износом является лубрикация, направленная на снижение трения в системе «колесо — рельс». Однако таким образом решается лишь часть проблемы и далеко не всегда достигаются желаемые результаты. Большое значение имеет возможность прогнозирования износа и его изменений при осуществлении различных мероприятий. Такую возможность дает компьютерное моделирование взаимодействия железнодорожного экипажа и пути. Одним из хорошо известных и многократно проверенных инструментов такого моделирования является программный комплекс «Универсальный механизм» (далее «УМ»), разработанный в Брянском государственном техническом университете коллективом под руководством профессора Д. Ю. Погорелова. Описание возможностей УМ представлено в [2–5]. Комплекс, в частности, позволяет моделировать движение экипажа на прямых и кривых участках пути, вычислять различные величины, связанные с износом колес и рельсов.

Износ колес и рельсов сильно зависит от трения, на которое, в свою очередь, существенно влияют разнообразные количественные и качественные факторы. Большое значение имеет зависимость силы трения от скорости скольжения, поскольку качение колеса по рельсу часто сопровождается проскальзыванием. Исследование этой зависимости проводилось много лет. Еще в XIX веке на основе экспериментальных данных были получены эмпирические формулы, связывающие коэффициент трения и скорость скольжения. Такие исследования проводились и в XX веке, продолжаются они и в настоящее время. Различные формулы представлены в работах [6–8]. Между тем до сих пор нет ясности, насколько хорошо предлагаемые зависимости отражают реальные случаи, и как следует задавать различные их параметры в разных ситуациях с учетом многообразия действующих реальных факторов. В программном комплексе УМ используется формула, которая, как будет показано ниже, по сути является частным случаем известной формулы И. В. Крагельского — С. В. Щедрова [6]. В описании комплекса УМ [5] приводятся некоторые рекомендации по выбору параметров в зависимости от типа локомотива, влажности, наличия лубрикации. Представляет интерес изучение уровня чувствительности результатов компьютерного моделирования по износу к задаваемым параметрам. Кроме того, важно установить, каким образом изменение этих параметров в более широких пределах влияет на рассматриваемые процессы. На наш взгляд, такое исследование может, с одной стороны, помочь оценить точность компьютерного моделирования износа колес и рельсов, а с другой стороны — расширить понимание влияния различных факторов зависимости трения от скорости скольжения в целом. Последняя проблема имеет в трибологии большое значение, поскольку, как было установлено в многочисленных теоретических и экспериментальных исследованиях, такая зависимость является ключевой для возникновения фрикционных автоколебаний, которые играют значительную роль в различных областях техники [7]. Как показано в работах [8, 9], на эту зависимость большое влияние оказывают многочисленные взаимосвязанные количественные и качественные факторы. Попытка оценки этого влияния методами планирования эксперимента была сделана в [10]. В работах [11–13] были рассмотрены особенности трибологической информации и выработаны специальные методы ее анализа. Ниже представлена практическая реализация одного из предложенных там подходов для изучения кинетической характеристики трения в задачах, связанных с износом колес и рельсов. Результаты сопоставлялись как с уже упомянутыми отечественными работами [9, 10], так и с зарубежными исследованиями [14, 15], что позволило обосновать приводимые ниже выводы.

Анализ математических функций, выражающих кинетическую характеристику трения. Предварительное изучение функций, выражающих кинетическую характеристику трения, выполнялось простейшими методами математического анализа с применением программы MATHCAD.

Наиболее универсальной формулой кинетической характеристики трения является формула Крагельского [7]:

$$f(v) = (a+bv)e^{-cv} + d \tag{1}$$

Здесь v — скорость скольжения, a, b, c, d — параметры кинетической характеристики. Физический смысл этих параметров связан сложными многофакторными зависимостями со свойствами материалов, поверхностей, конструкции узла трения, нагруженности и внешних условий. Качественный анализ этих зависимостей представлен в [6]. Количественное определение a, b, c, d из теоретических соображений пока не представляется возможным. В работе [7] кратко описана методика их экспериментального определения. Подробно различные подходы проанализированы в [8].

В программном комплексе УМ заложена более простая по сравнению с (1) формула:

$$g(v) = f_0((1-A)e^{-Bv} + A)$$
(2)

Очевидно, что формула (2) является частным случаем формулы (1), т. е. функция f(v) переходит в g(v), если: $d = f_0 A; c = B; a = f_0 (1 - A); b = 0$.

Качественный физический смысл параметров A и B наглядно проявляется при поочередном приравнивании их к некоторым характерным значениям. Если A=0, то получаем:

$$g(v) = f_0 e^{-Bv}. (2a)$$

Формула (2a) выражает монотонно убывающую функцию, и параметр B определяет скорость убывания. Величина В существенно зависит от температуры и давления.

Если A=1, то

$$g(v) = f_0, (2b)$$

т. е. кинетическая характеристика вырождается в константу — коэффициент трения покоя.

Если B=0, то при любом A приходим к случаю (2b), т. е. при равенстве параметра B нулю функция g(v) также вырождается в константу, являющуюся коэффициентом трения покоя. Если B находится в интервале ($-\infty$;0), то функция g(v) является возрастающей. Если параметр B находится в интервале (0; $+\infty$), то функция является убывающей.

Найдем первую и вторую производные функции g(v) по v. После преобразований получим:

$$g'(v) = f_0(A-1)Be^{-Bv},$$
 (3)

$$g''(v) = f_0 (1 - A) B^2 e^{-Bv}. (4)$$

Согласно [7], в трибологических задачах (в частности, для взаимодействия колеса и рельса), как правило, 0 < A < 1 и B > 0. Анализ формул (2)—(4) показывает, что такая ситуация соответствует монотонно убывающей функции g(v), и ее график является вогнутым.

Рассмотрим теперь функцию $f_{mp}(A,B)$, т. е. ту же кинетическую характеристику трения, задаваемую функцией g(v) по формуле (2), но при неизменной скорости и переменных параметрах A и B. С целью упрощения значение коэффициента трения $f_{mp}=g$, получаемое по формуле (2), делится на константу f_0 (обозначим частное как $f_{\text{тp2}}$:

$$f_{\text{Tp2}} = \frac{f_{\text{Tp}}}{f_0} = (1 - A)e^{-Bv} + A.$$
 (5)

При B = const:

$$\frac{\partial f_{mp2}}{\partial A} = (e^{-B\nu} - Ae^{-B\nu} + A)' = A(1 - e^{-B\nu}),\tag{6}$$

$$\frac{\partial f_{mp2}}{\partial A} > 0$$
 при $B > 0$ и $A > 0$.

При A = const:

$$\frac{\partial f_{mp2}}{\partial B} = (e^{-Bv})' - A(e^{-Bv})' = -Be^{-Bv} + ABe^{-Bv} = Be^{-Bv}(A-1),
\frac{\partial f_{mp2}}{\partial B} > 0 \quad npu \ B > 0 \ u \ A > 1.$$
(7)

При $A<1, \quad \frac{\partial f_{mp2}}{\partial B}<0, \; \text{т. e. c ростом } B\,f_{mp2}$ уменьшается.

Методы, инструменты и результаты компьютерного моделирования. В качестве инструмента для проведения компьютерного моделирования использовался программный комплекс УМ — в частности, его модуль UM Loco, позволяющий моделировать движение железнодорожных экипажей. Был выбран компонент «колесная пара с 6 степенями свободы». Рассматривалось движение на прямых и кривых участках, причем брались правые кривые и соответственно вычислялся износ левых колес в колесной паре (по умолчанию в UM Loco рассматриваются правые кривые, поэтому износ обычно определяется на левых (набегающих) колесах). В данной работе использовалась упрощенная расчетная схема: одиночная колесная пара, катящаяся по рельсовому пути. В результате моделирования определялись количественные характеристики, непосредственно связанные с износом: мощность силы трения (M_{wear}), работа силы трения (A_{wear}), удельная работа силы трения (S_{wear}). Мощность силы трения при двухточечном контакте определяется как скалярное произведение силы крипа (трения) на гребне и скорости колес относительно рельса в точке контакта и рассчитывается по формуле:

$$M_{wear} = -F_{2x}v_{2x} - F_{2y}v_{2y}$$
 (BT), (8)

$$A_{wear} = \int_{0}^{t} M_{wear} dr \ (\mathbf{Д}\mathbf{x}), \tag{9}$$

$$S_{wear} = \frac{A_{wear}}{S}$$
 (Дж/м), (10)

где S — пройденный путь.

Некоторые задававшиеся параметры моделирования представлены на рис. 1.

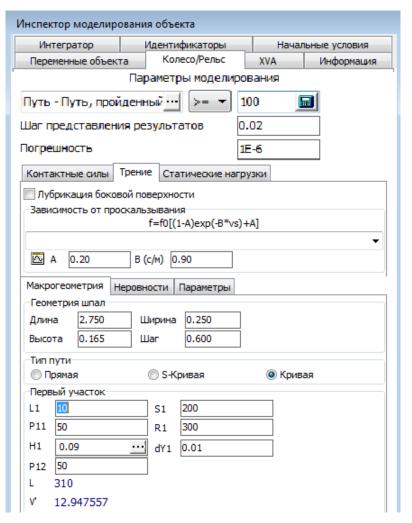


Рис. 1. Параметры моделирования изнашивания элементов системы «колесо — рельс»

Во вкладке программы «Колесо/Рельс — Трение» (рис. 1) задаются коэффициенты A и B, входящие в исследуемую зависимость силы трения от скорости скольжения. Здесь же приведена формула (2), используемая в программе.

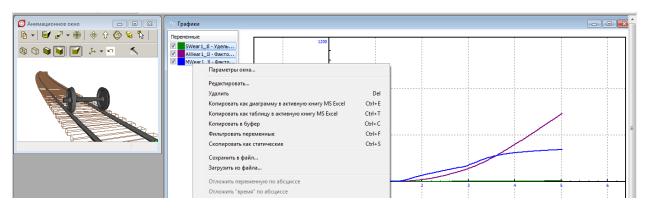


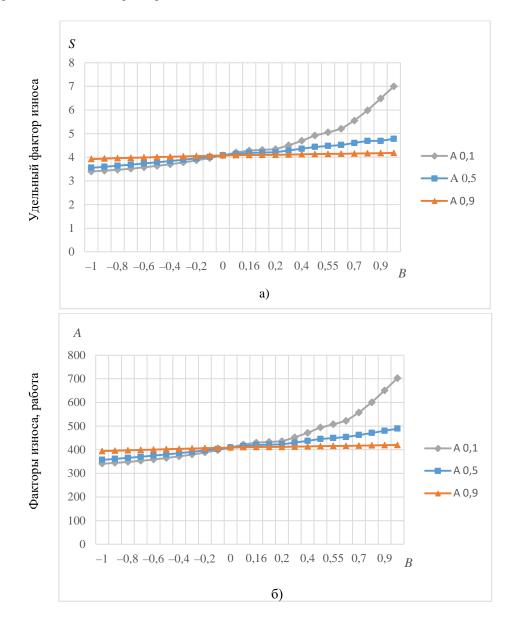
Рис. 2. Задание параметров зависимости трения от скорости

Результаты моделирования — значения S_{wear} , A_{wear} и M_{wear} , вычисленные по формулам (8)—(10) по найденным для данных моментов времени силовым и кинематическим переменным, можно перенести в MS Excel (фрагмент представлен на рис. 3). Столбец «Абсцисса» содержит модельное время в секундах, в других столбцах содержатся значения параметров в указанный момент времени.

1	Α	В	С	D	Е	F		
1	Абсцисса	SWear1_1l	Абсцисса	AWear1_1l	Абсцисса	MWear1_1l		
236	4.68	5.2779846	4.68	493.847534	4.68	267.419434		
237	4.7	5.3125162	4.7	499.2005	4.7	267.856842		
238	4.72	5.346848	4.72	504.562195	4.72	268.287109		
239	4.74	5.380981	4.74	509.932373	4.74	268.710693		
240	4.76	5.4149156	4.76	515.310974	4.76	269.128174		
241	4.78	5.4486542	4.78	520.697876	4.78	269.539032		
242	4.8	5.4821968	4.8	526.092896	4.8	269.943848		
243	4.82	5.5155454	4.82	531.495972	4.82	270.342865		
244	4.84	5.5487008	4.84	536.906982	4.84	270.735748		
245	4.86	5.5816641	4.86	542.325806	4.86	271.123138		

Рис. 3. Фрагмент результатов в окне MS Excel

Компьютерное моделирование производилось многократно с различными значениями параметров A и B. На рис. 4 представлены графики, построенные на основании полученных результатов. По оси абсцисс указаны значения параметра B в диапазоне от -1 до 1, а по оси ординат — значения, связанные с износом исследуемых величин при указанных выбранных значениях параметра A.



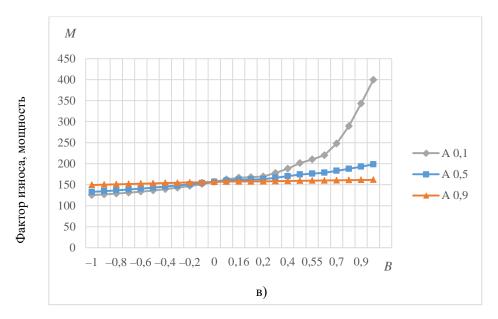
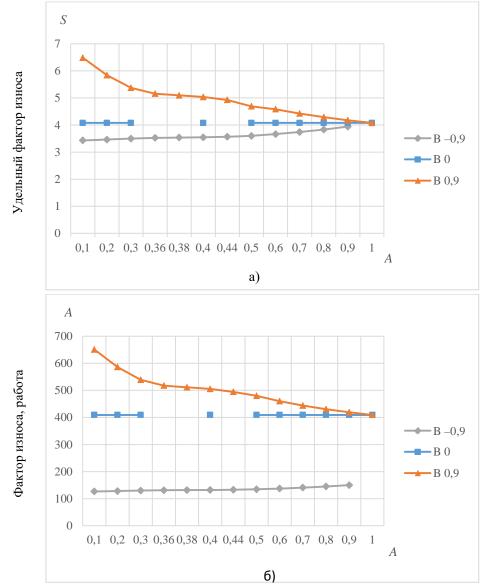


Рис. 4. Графики характеристик износа при некоторых значениях A

На рис. 5 представлены графики изменения тех же связанных с износом величин при некоторых различных значениях B. По оси абсцисс здесь отложены значения параметра A.



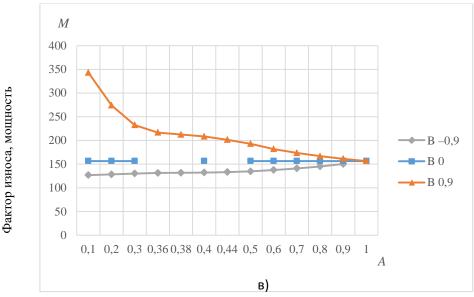


Рис. 5. Графики характеристик износа при некоторых значениях B

Шаг и диапазоны изменения по параметрам A и B выбирались, исходя из намерений изучить чувствительность результатов к их изменению. Надо особо отметить, что ряд расчетов выполнялся с отрицательными значениями B в соответствии с возрастающей кинетической характеристикой трения. В реальном взаимодействии колеса и рельса такие случаи встречаются относительно редко, но они возможны при некоторых условиях смазывания и, кроме того, представляют теоретический интерес.

В табл. 1 представлены данные, полученные в результате анализа рис. 4, 5 и характеризующие разброс исследуемых параметров износа.

Таблица 1

Сводные показатели износа

	min	max	рост, %
S_{wear}	3,38	7,85	132,45
A_{wear}	338,90	787,90	132,46
M_{wear}	124,40	485,90	290,62

Как видно из табл. 1, разброс (разница между наименьшим и наибольшим значением) значительный по всем трем характеристикам, особенно чувствительной оказалась величина M_{wear} .

В табл. 2 содержатся значения коэффициентов A и B, приведенные непосредственно в программном комплексе УМ в качестве предлагаемых при компьютерном моделировании для некоторых типов локомотивов и при различном состоянии рельсов (влажные или сухие).

Таблица 2

Рекомендуемые в УМ значения коэффициентов A и B

Наименование	A	В
Локомотив, сухой рельс	0,4	0,6
Локомотив, влажный рельс	0,4	0,2
Локомотив SD45X, сухой рельс	0,44	0,6
Локомотив DB127, сухой рельс		0,7
Локомотив S252, сухой рельс	0,36	0,55
Локомотив SBB460, влажный рельс		0,16
Локомотив 12X, влажный рельс		0,4
Локомотив SD45X, влажный рельс	0,38	0,18

Анализ разброса результатов, собранных в табл. 3, относящихся к предлагаемым в УМ значениям A и B, показывает, что в этой области разница между наибольшим и наименьшим значениями характеристик износа не превышает 22 %. Надо отметить, что сама область является весьма узкой, и многие факторы, влияющие на кинетическую характеристику трения (температура окружающей среды, наличие и тип смазки, загрязнения и др.) здесь не учтены. Эти вопросы требуют дополнительного всестороннего исследования.

Таблица 3

Сводные показатели по предустановленным в программе параметрам

	min	max	рост, %
S_{wear}	4,14	4,80	16
A_{wear}	415,07	481,94	16
M_{wear}	159,40	194,18	22

По результатам компьютерного моделирования можно сделать также следующие выводы:

- при увеличении значения параметра B увеличиваются значения исследуемых характеристик износа S_{wear} , A_{wear} ;
- при увеличении значения коэффициента A уменьшаются значения исследуемых характеристик износа S_{wear} , A_{wear} , M_{wear} , кроме случая при B=0, когда эти характеристики не изменяются.

Отметим, что сопоставление последнего вывода со значениями найденных выше первых частных производных (при B>0 и 0 < A < 1 $\frac{\partial f_{mp2}}{\partial A} > 0$ и $\frac{\partial f_{mp2}}{\partial B} < 0$), говорит о том, что увеличение коэффициента трения может сопровождаться уменьшением работы силы трения и износа.

Выводы. Результаты проведенного исследования позволяют сделать следующие выводы.

- 1. В области значений параметров кинетической характеристики трения, соответствующих реальным ситуациям взаимодействия колеса и рельса, влияние их изменений на износ в общем случае является существенным, т. е. при компьютерном моделировании взаимодействия колеса и рельса надо учитывать зависимость коэффициента трения от скорости, если в задачу входит оценка износа.
- 2. Как показывает компьютерное моделирование движения колесной пары по рельсовому пути, при падающей кинетической характеристике трения уменьшение коэффициента трения может сопровождаться увеличением характеристик износа.
- 3. В трибодинамических системах значение коэффициента трения является функцией мгновенной скорости скольжения, которая изменяется во времени. Поэтому для компьютерного моделирования движения железнодорожных экипажей желательно использовать не кинетическую, а динамическую характеристику трения, которая может от нее существенно отличаться. Это требует проведения дополнительных теоретических и экспериментальных исследований.

Библиографический список

- 1. Богданов, В. М. Обеспечение устойчивой работы системы колесо рельс на отечественных и зарубежных железных дорогах / В. М. Богданов // Вестник ВНИИЖТ. 2010. № 2. С. 10–14.
- 2. Погорелов, Д. Ю. Компьютерное моделирование динамики рельсовых экипажей / Д. Ю. Погорелов // Механика и трибология транспортных систем 2003 : сб. докладов междунар. конгресса. Ростов-на-Дону, 2003. Т. 1. С. 226–231.
- 3. Use of Multibody System Approach for Torque and Drag Analysis of Long Drill Strings / D. Pogorelov [et al.] // 11th world congress computational mechanics. —Barcelona, 2014. P. 688–699.
- 4. Универсальный механизм программный комплекс для моделирования динамики механических систем [Электронный ресурс] / Лаборатория вычислительной механики Брянского гос. техн. ун-та. Режим доступа: http://www.umlab.ru (дата обращения: 20.02.16).
- 5. Крагельский, И. В. Основы расчетов на трение и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Комбалов. Москва : Машиностроение, 1977. 526 с.
 - 6. Крагельский, И. В. Фрикционные автоколебания / И. В. Крагельский, Н. В. Гитис. Москва : Наука, 1987. 182 с.
- 7. Евельсон, Л. И. Методология математического и компьютерного моделирования трибодинамических систем / Л. И. Евельсон. Брянск : БГИТА, 2015. 204 с.
- 8. Построение базы знаний для систематизации опыта исследований взаимодействия колеса и рельса // Л. И. Евельсон [и др.] // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2014. № 4. С. 21–26.

- 9. Захаров, С. М. Анализ влияния параметров экипажа и пути на интенсивность износа в системе колесо рельс (на основе полного факторного эксперимента) / С. М. Захаров, Д. Ю. Погорелов, В. А. Симонов // Вестник научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. 2010. № 2. С. 31–35.
- 10. Евельсон, Л. И. Некоторые методы анализа трибологической информации / Л. И. Евельсон // Трение и износ. 2003. Т. 24, № 3. С. 323–328.
- 11. Evelson, L. Multilevel information model of tribological systems / L. Evelson, M. Rafalovskaya // International Conference WOM-2011. Philadelphia, 2011. P. 501.
- 12. Evelson, L. Actuality and Perspectives of Triboinformatics / L. Evelson, M. Rafalovskaya // 5th World Tribology Congress. Torino, 2013. P. 70–71.
- 13. M. Ignesti, M. Malvezzi, L. Marini, E. Meli, and A. Rindi. Development of a wear model for the prediction of wheel and rail profile evolution in railway systems // Wear. 2012. Vol. 284/285. P. 1–17.
- 14. A mathematical model to predict railway wheel profile evolution due to wear / F. Braghin [et al.] // Wear. 2006. Vol. 261. P. 1253–1264.

References

- 1. Bogdanov, V.M. Obespechenie ustoychivoy raboty sistemy koleso rel's na otechestvennykh i zarubezhnykh zheleznykh dorogakh. [Ensuring stable operation of wheel rail system on domestic and foreign railways.] Vestnik VNIIZHT, 2010, no. 2, pp. 10–14 (in Russian).
- 2. Pogorelov, D.Y. Komp'yuternoe modelirovanie dinamiki rel'sovykh ekipazhey. [Computer simulation of the railway vehicle dynamics.] Mekhanika i tribologiya transportnykh sistem 2003: sb. dokladov mezhdunar. kongressa. [Mechanics and tribology of transport systems 2003: Proc. Int. Congress.] Rostov-on-Don, 2003, vol. 1, pp. 226–231 (in Russian).
- 3. Pogorelov, D., et al. Use of Multibody System Approach for Torque and Drag Analysis of Long Drill Strings. 11th world congress computational mechanics. Barcelona, 2014, pp. 688–699.
- 4. Universal'nyy mekhanizm programmnyy kompleks dlya modelirovaniya dinamiki mekhanicheskikh system. [Universal Mechanism software for modeling the mechanical systems dynamics.] Computational Mechanics Laboratory, Bryansk State Technical University. Available at: http://www.umlab.ru (accessed: 20.02.16) (in Russian).
- 5. Kragelskiy, I.V., Dobychin, M.N., Kombalov, V.S. Osnovy raschetov na trenie i iznos. [Basics of calculations for friction and wear.] Moscow: Mashinostroenie, 1977, 526 p. (in Russian).
- 6. Kragelskiy, I.V., Gitis, N.V. Friktsionnye avtokolebaniya. [Self-excited frictional oscillations.] Moscow: Nauka, 1987, 182 p. (in Russian).
- 7. Evelson, L.I. Metodologiya matematicheskogo i komp'yuternogo modelirovaniya tribodinamicheskikh system. [Methodology of mathematical and computer modeling of tribodynamic systems.] Bryansk: BGITA, 2015, 204 p. (in Russian).
- 8. Evelson, L.I., et al. Postroenie bazy znaniy dlya sistematizatsii opyta issledovaniy vzaimodeystviya kolesa i rel'sa. [Development of knowledge base for systematization of research experience concerning interaction between wheels and rail.] Herald of Computer and Information Technologies, 2014, no. 4, pp. 21–26 (in Russian).
- 9. ZakharovB, S.M., Pogorelov, D.Yu., Simonov, V.A. Analiz vliyaniya parametrov ekipazha i puti na intensivnost' iznosa v sisteme koleso rel's (na osnove polnogo faktornogo eksperimenta). [Analysis of influence of rolling stock and track parameters on indices determining wear rate at wheel rail system.] Vestnik of the Railway Research Institute, 2010, no. 2, pp. 31–35 (in Russian).
- 10. Evelson, L.I. Nekotorye metody analiza tribologicheskoy informatsii. [Some methods of analyzing tribological information.] Journal of Friction and Wear, 2003, vol. 24, no. 3, pp. 323–328 (in Russian).
- 11. Evelson, L., Rafalovskaya, M. Multilevel information model of tribological systems. International Conference WOM-2011. Philadelphia, 2011, pp. 501.
- 12. Evelson, L., Rafalovskaya, M. Actuality and Perspectives of Triboinformatics. 5th World Tribology Congress. Torino, 2013, pp. 70–71.
- 13. Ignesti, M., Malvezzi, M., Marini, L., Meli, E., and Rindi, A. Development of a wear model for the prediction of wheel and rail profile evolution in railway systems. Wear, 2012, vol. 284/285, pp. 1–17.
- 14. Braghin, F., et al. A mathematical model to predict railway wheel profile evolution due to wear. Wear, 2006, vol. 261, pp. 1253–1264.